# Annexe du chapitre 1: Généralités sur les fonctions

## A.1 Les fonctions paires et impaires:

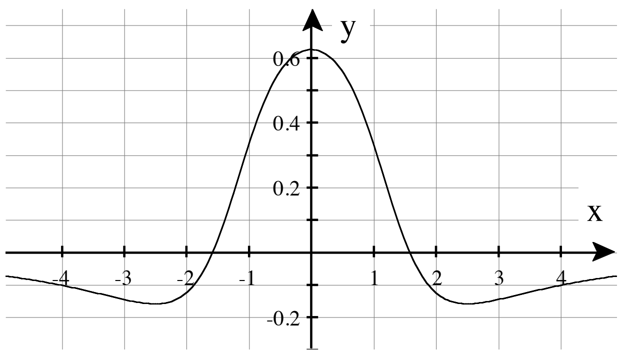
**Définition:** Une fonction $f$ est dite **paire** si elle vérifie les 2 conditions suivantes:
- son ensemble de définition est symétrique par rapport à l'origine,
- $f(-x) = f(x)$ pour tout $x$ dans $E_D$.

**Exemple:**

La fonction $f$ définie par $f(x) = \dfrac{-2x^2+5}{x^4+8}$ est paire. En effet $E_D = \mathbb{R}$ (donc symétrique) et

$$\boldsymbol{f(-x)} = \frac{-2(-x)^2+5}{(-x)^4+8} = \frac{-2x^2+5}{x^4+8} = \boldsymbol{f(x)}$$

On peut constater que le graphe d'une fonction paire est **symétrique par rapport à l'axe *Oy***.



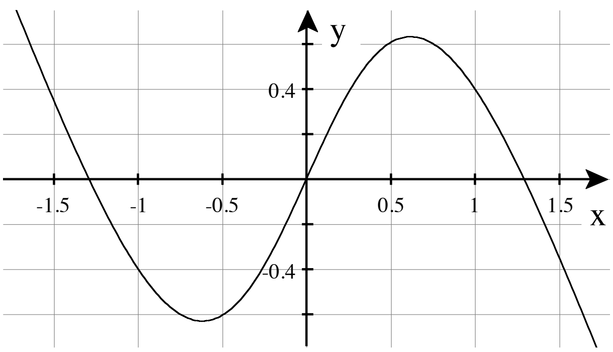

**Définition:** Une fonction $f$ est dite **impaire** si elle vérifie les 2 conditions suivantes:
- son ensemble de définition est symétrique par rapport à l'origine,
- $f(-x) = -f(x)$ pour tout $x$ dans $E_D$.

**Exemple:**

La fonction $f$ définie par $f(x) = \dfrac{-3x^3+5x}{2x^2+3}$ est impaire. En effet $E_D = \mathbb{R}$ (donc symétrique) et

$$\boldsymbol{f(-x)} = \frac{-3(-x)^3+5(-x)}{2(-x)^2+3} = \frac{3x^3-5x}{2x^2+3} = \frac{-(-3x^3+5x)}{2x^2+3} = -\frac{-3x^3+5x}{2x^2+3} = \boldsymbol{-f(x)}$$

On peut constater que le graphe d'une fonction impaire est **symétrique par rapport à l'origine *O* du système *Oxy***.



**Exercice A1.1:**

En fonction de la parité des fonctions *f* suivantes, compléter le tableau suivant:

| | fonction | $E_D$ | paire | impaire | ni paire, ni impaire |
|---|---|---|---|---|---|
| **a)** | $f(x) = x^3 + 5x$ | | ❑ | ❑ | ❑ |
| **b)** | $f(x) = \dfrac{x^2+2}{x^2-1}$ | | ❑ | ❑ | ❑ |
| **c)** | $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+3}$ | | ❑ | ❑ | ❑ |
| **d)** | $f(x) = \dfrac{x}{x^3-1}$ | | ❑ | ❑ | ❑ |
| **e)** | $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5$ | | ❑ | ❑ | ❑ |

**Exercice A1.2:**

En fonction de la parité des fonctions *f* suivantes, compléter le tableau suivant:

| | fonction | $E_D$ | paire | impaire | ni paire, ni impaire |
|---|---|---|---|---|---|
| **a)** | $f(x) = \dfrac{1}{x+2} - \dfrac{1}{x-2}$ | | ❑ | ❑ | ❑ |
| **b)** | $f(x) = \sqrt{x-1}$ | | ❑ | ❑ | ❑ |
| **c)** | $f(x) = \sqrt{x^2-1}$ | | ❑ | ❑ | ❑ |

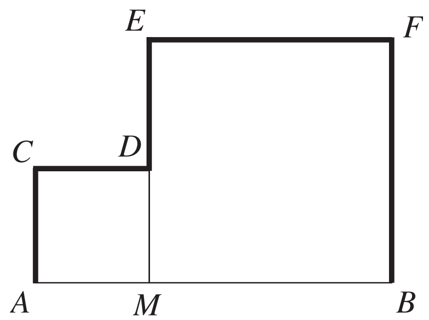
## A.2 Les fonctions définies par morceaux

**Exercice A1.3:**

On considère la situation suivante :

[*AB*] est un segment de longueur 8 *cm* et *M* un point variable de ce segment. On a construit les carrés *ACDM* et *MEFB*.

*On s'intéresse à la longueur de la ligne brisée ACDEFB*



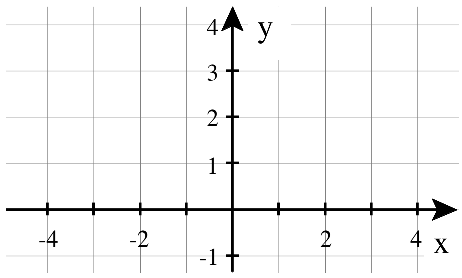

**1)** Choisir environ 8 positions du point *M* et calculer la longueur de *ACDEFB*
**2)** En posant $AM = x$, Déterminer la longueur $l(x)$ de la ligne brisée en fonction de $x$
**3)** Pourquoi cette longueur ne correspond pas simplement à $l(x) = 2x + (8 - 2x) + 2(8 - x)$
**4)** Représenter le graphique de cette fonction $l$ en fonction de $x$

**Fonction définie par morceaux**

$$f(x)=\begin{cases} f_1(x) & si\ \ x<a \\ f_2(x) & si\ \ x\in[a\,;b] \\ \quad\dots & \end{cases}$$

Son graphe est formé de la réunion des graphes des fonctions définies sur les ensembles respectifs.

Exemple: $f(x)=\begin{cases} -x+1 & si\ \ x\le 0 \\ x^2 & si\ \ x\in\,]\,0\,;2\,] \\ 1 & si\ \ x>2 \end{cases}$




## Exercice A1.4 :

Déterminer $E_D$, les zéros, la parité, le tableau de signes et une esquisse de graphe des fonctions *f* définies par :

**1)** $f(x)=\begin{cases} -x & si\ \ x<-2 \\ 2 & si\ \ x\in[-2\,;2] \\ x & si\ \ x>2 \end{cases}$

**2)** $f(x)=\begin{cases} x+4 & si\ \ x\le 0 \\ -2x+4 & si\ \ x\in\,]\,0\,;3\,] \\ x-2 & si\ \ x>3 \end{cases}$

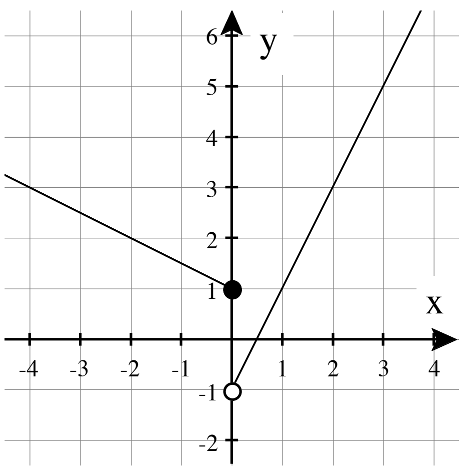
**3)** $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+2}{x-4} & si\ \ x\le 0 \\ -x+2 & si\ \ x\in\,]\,0\,;2\,[ \\ \dfrac{x-6}{x+2} & si\ \ x\ge 2 \end{cases}$

**4)** $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2}}{x}$

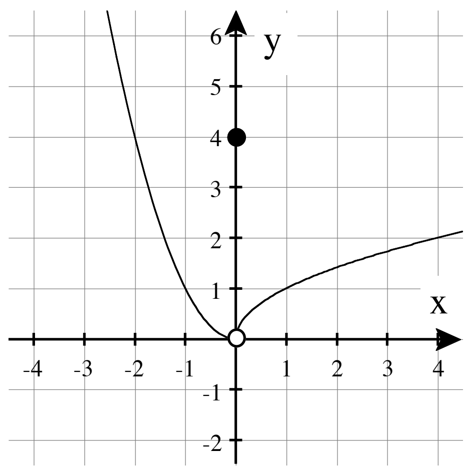
## Exercice A1.5 (début) :

Déterminer les fonctions dont voici les représentations graphiques :

**a)**



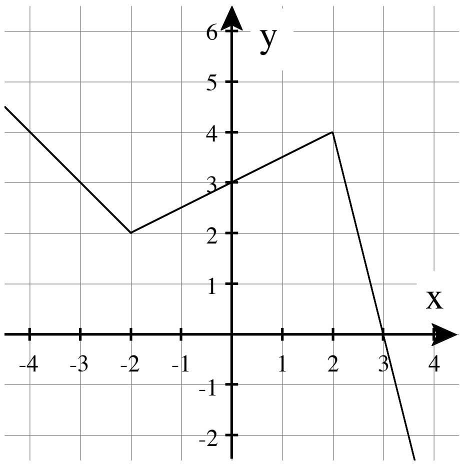

**b)**



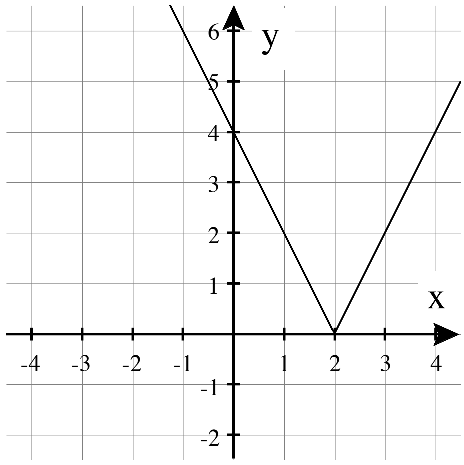
**Exercice A1.5 (fin) :**

Déterminer les fonctions dont voici les représentations graphiques :

**c)**




**d)**




**Définition**: la **valeur absolue d'une fonction** $f$ est définie par :

$$|f(x)| = \begin{cases} -f(x) & \text{si } x \text{ est tel que } f(x) < 0 \\ f(x) & \text{si } x \text{ est tel que } f(x) \geq 0 \end{cases}.$$

**Exercice A1.6 :**

**1)** Esquisser le graphe des fonctions $f$, $g$ et $h$ définies par:

**a)** $f(x) = |x+4|$ **b)** $g(x) = |-2x+4|+1$ **c)** $h(x) = 2|x-1| - 3|x+2|$

**2)** Réécrire ces mêmes fonctions sous la forme :

**a)** $f(x) = \begin{cases} \dots\dots\dots & si \;\; x \leq \dots \\ \dots\dots\dots & si \;\; x > \dots \end{cases}$ **b)** $g(x) = \begin{cases} \dots\dots\dots & si \;\; x \leq \dots \\ \dots\dots\dots & si \;\; x > \dots \end{cases}$ **c)** $h(x) = \begin{cases} \dots\dots\dots & si \;\; x \leq \dots \\ \dots\dots\dots & si \;\; x \in \dots \\ \dots\dots\dots & si \;\; x > \dots \end{cases}$

**Exercice A1.7 :**

Exprimer les fonctions $f$ et $g$ sans valeur absolue:

**1)** $f(x) = 3|2x-4|-1$ **2)** $g(x) = -3|x+2| + 5|x-3|$