

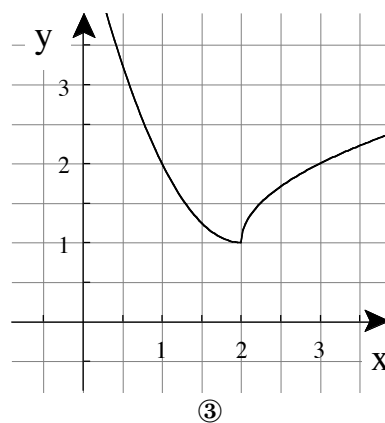
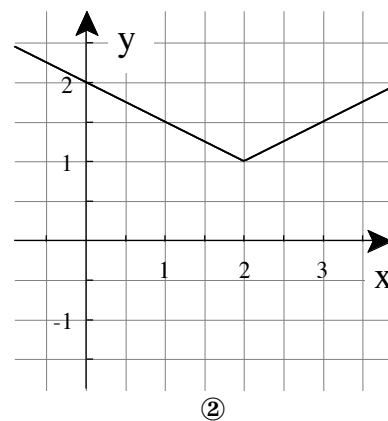
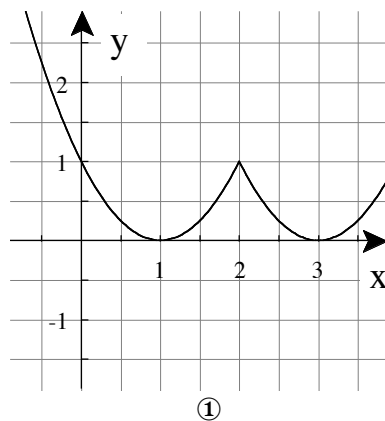
## Annexe du chapitre 3: Introduction à la notion de dérivée

### A.1 La dérivée à gauche et la dérivée à droite

**Définition:** Soit une fonction  $f$  définie à gauche (respectivement à droite) d'un point  $x = a$

- La **dérivée à gauche** de la fonction  $f$  en  $x = a$  sera  $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$
- La **dérivée à droite** de la fonction  $f$  en  $x = a$  sera  $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$
- Cette fonction  $f$  sera dite **dérivable** en  $x = a$  si et seulement si sa dérivée à droite et sa dérivée à gauche existent ( $\neq \infty$ ) et sont égales.

**Exercice A3.1:** Déterminer approximativement les dérivées à gauche et à droite des fonctions suivantes au point d'abscisse  $x = 2$



**Exercice A3.2:** Les fonctions suivantes  $f$  sont-elles continues et dérivables ?

a)  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$       b)  $f(x) = |x|$

**Exercice A3.3:** Déterminer l'équation de la tangente à  $y = \sqrt{x}$  au point  $O(0 ; 0)$

**THEOREME :** Si une fonction est dérivable en  $a$ , elle est continue en  $a$ .

*Preuve :*

**Exercice A3.4:** Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont justes ? (*justifier !!*)

- ①  $f$  est dérivable  $\Rightarrow f$  est continue
- ②  $f$  est continue  $\Rightarrow f$  est dérivable
- ③  $f$  est dérivable  $\Leftrightarrow f$  est continue

**Exercice A3.5:** Calculer la dérivée des fonctions  $f$  et  $g$  suivantes :

a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$   
 $x \mapsto |x|$

b)  $g: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}_+$   
 $x \mapsto |x|$