Training math. 3M math standard

....

Problème 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les quatre points $A(1 ; 1)$, $B(-7 ; 7)$, $C(10 ; 13)$ et $D(-5 ; -7)$.

1.1 Montrer que le triangle ABC est rectangle. Calculer son aire.
1.2 Calculer les coordonnées du point E tel que le quadrilatère $ABEC$ soit un rectangle.
1.3 Montrer que les points A, C et D sont alignés et que les segments AB et AD sont de même longueur.
1.4 Calculer les coordonnées des points F et G tels que le quadrilatère $ACFG$ soit un carré ne contenant pas B.
1.5 Calculer les coordonnées du point M, milieu de BC. Déterminer l'équation cartésienne de la droite AM.
1.6 Soit K le point d'intersection des droites DG et AM. Calculer les coordonnées de K et montrer que AK est la hauteur du triangle DAG.
1.7 Faire une figure soignée contenant tous les éléments du problème.

....

Problème 2

Soit un triangle ABC de sommets $A(-7 ; -2)$, $B(-1 ; 10)$ et $C(11 ; -2)$ dans un repère orthonormé *(unité = 1 carré).*

1. Déterminer les coordonnées du centre de gravité G et celles de l'orthocentre H du triangle ABC.
2. Montrer que le point $K(2 ; 1)$ est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
3. Montrer que les points H, G et K sont alignés.

....

Problème 3

On donne deux droites d_1 et d_2 dont les équations sont respectivement $3x - y = 0$ et $x - 3y + 8 = 0$.

1. Représenter ces deux droites dans un repère orthonormé.
2. Calculer le point d'intersection I de ces deux droites.
3. On appelle b_1 la bissectrice de l'angle aigu entre les droites d_1 et d_2, et b_2 celle de l'angle obtus. Calculer les équations de b_1 et b_2.

On considère un losange $ABCD$ dont les diagonales sont portées par les droites b_1 et b_2. La longueur du côté de ce losange mesure $2\sqrt{17}$ et l'un des sommets est $A(-2 ; 6)$.

4. Construire ce losange en expliquant clairement la méthode.
5. Calculer les coordonnées des autres sommets.

....

Problème 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les sommets d'un $\Delta\, ABC$:

$$A(7 ; 3)\ ,\ B(-1 ; 7)\ ,\ C(-2 ; 0)$$

On demande:

- les équations des médiatrices de AB et AC
- les coordonnées du centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC
- l'équation de la hauteur issue de C
- les coordonnées de H, pied de la hauteur issue de C
- l'aire du triangle ABC
- les coordonnées du point D sur le cercle circonscrit tel que $ACBD$ soit un trapèze isocèle.

....

Problème 5

Dans un plan muni d'un repère orthonormé, on donne la droite d_1 d'équation $3x - y - 8 = 0$ et la droite d_2 d'équation $x - 3y = 0$.

5.1 Déterminer les coordonnées des sommets du losange $ABCD$ situé entièrement dans le premier quadrant et construit de la manière suivante :
- A est le point d'intersection de d_1 et d_2 ;
- le côté AD est sur d_1 et le côté AB est sur d_2 ;
- la longueur du côté est $2\sqrt{10}$.

5.2 Calculer l'aire du losange $ABCD$.

5.3 On considère le cercle γ de rayon $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ tangent aux droites d_1 et d_2 et intérieur au losange $ABCD$. Déterminer les coordonnées du centre K de γ.

5.4 Montrer que γ est aussi tangent à la diagonale BD.

....

Problème 6

On donne les trois points $A(0 ; 9)$, $B(8 ; 3)$ et $C(-4 ; -3)$.

6.1 Représenter ces trois points dans un repère orthonormé *(unité: 2 carrés).*

6.2 Déterminer une équation de la médiatrice du segment AB.

6.3 Calculer les coordonnées du point J de l'axe Oy équidistant de A et B.

6.4 Calculer les coordonnées du point K tel que le quadrilatère $AJBK$ soit un losange.

6.5 Calculer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ABC

6.6 Calculer les coordonnées des points P et Q de l'axe Ox situés à la distance 5 de B.

....

Problème 7

Dans un système d'axes *Oxy*, on donne les points

$A(-12 ; 1)$, $B(-4 ; -17)$, $C(14 ; 1)$, $D(6 ; 7)$ et $M(375/31 ; 280/31)$.

Soit R le milieu de AB , S celui de BC, T celui de CD et U celui de DA.

a) Représenter graphiquement les quadrilatères *ABCD* et *RSTU*, ainsi que le point *M*. [*unité sur chaque axe: 1 carré.*]

b) Calculer les coordonnées des points R , S , T et U .

c) Prouver que *RT* est perpendiculaire à *SU* .

d) Montrer que le triangle *RSU* est isocèle et calculer ses angles.

e) Établir l'équation des droites *AD* et *ST* et montrer que *M* est leur intersection.

....

Problème 8

On considère le quadrilatère *ABCD*, avec $A(-5 ; 1)$, $B(1 ; 9)$, $C(5 ; 6)$ et $D(1 ; -2)$.

⇒ *Strictement par calcul (mais un croquis n'est pas interdit !) :*

a) donner la pente de la droite *AB*;

b) déterminer si $E(7 ; -5)$ est sur la droite *AD*;

c) donner une équation de la droite *BC*;

d) prouver que les angles en *B* et en *D* sont droits;

e) déterminer si *ABCD* est un rectangle; donner l'aire de *ABK*, où *K* est le point commun aux droites *AD* et *BC*.

....

Problème 9

Pour ce problème, faire une figure complète en prenant pour unité 4 carrés.

Soit *ABC* un Δ défini par $A(-2 ; -1)$, $B(4 ; -1)$, $C(2 ; 3)$ et $D(1 ; 0)$ un point du plan.

1. Établir l'équation cartésienne de la droite *AC* ainsi que des hauteurs h_c issue de *C* et h_B issue de *B*. Calculer les coordonnées de l'orthocentre *H* du triangle *ABC*.
2. Montrer que le point *D* est le centre du cercle circonscrit du triangle *ABC* et calculer le rayon de ce cercle.
3. Calculer les coordonnées de *G* centre de gravité du triangle *ABC*, montrer que les points *H*, *G* et *D* sont alignés et vérifier que *G* est au tiers du segment *DH* à partir de *D*.
4. Calculer la longueur des côtés, la mesure des angles intérieurs et l'aire du triangle *ABC*.

....

Problème 10

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les points de coordonnées

$A(-8 ; -6)$ $B(-2 ; 6)$ $C(10 ; -2)$

a) Calculer les coordonnées des projections respectives *A*' et *B*' de *A* et *B* sur la droite *d* d'équation:

$(d) : x + y + 20 = 0$

b) Soit de plus : $C'(-4 ; -16)$ et :

a' la perpendiculaire à *BC* passant par *A*' ;
b' la perpendiculaire à *AC* passant par *B*' ;
c' la perpendiculaire à *AB* passant par *C*' ;

Montrer que les droites *a*', *b*' et *c*' sont concourantes.

....

Problème 11

On donne une droite *a* par son équation (a): $3x – 2y + 5 = 0$

11.1 Calculer les coordonnées du point $A(x ; y)$ de la droite *a* tel que $x = 1$

11.2 Établir l'équation de la droite *d* passant par *A* et dont la pente vaut le double de celle de la droite *a*.

11.3 Établir l'équation de la droite *b* parallèle à la droite *a* et passant par le point $C(2 ; 4)$.

11.4 Calculer les coordonnées du point d'intersection *B* des droites *b* et *d*.

11.5 Calculer les coordonnées du point *D* tel que *ABCD* soit un parallélogramme.

11.6 Établir l'équation de la droite *p* perpendiculaire à *b* et passant par *D*.

11.7 Calculer les coordonnées du point d'intersection *H* des droites *b* et *p*.

11.8 Calculer l'aire du parallélogramme *ABCD*.

....

Problème 12:

Calculer les coordonnées du centre et le rayon du cercle inscrit dans le triangle, dont les côtés ont pour équation :

$(a) : 3x + 4y = 11$, $(b) : x – 9 = 0$, $(c) : -3x + 4y – 5 = 0$.

Connaissez-vous le logiciel **GEOGEBRA** ?

Il peut vous permettre de "réaliser" ces exercices en trois coups de souris !!!

À télécharger de toute urgence : www.geogebra.org