Chapitre 4: Solutions des exercices

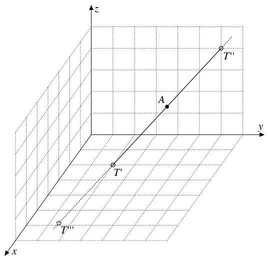
Exercice 4.1: **a)** $\begin{cases} x=-k+2 \\ y=4k \\ z=2k+3 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x=2k+2 \\ y=3k \\ z=5k+3 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x=2 \\ y=k \\ z=3 \end{cases}$

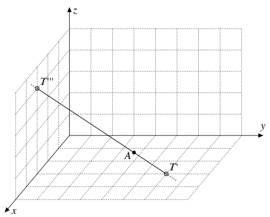
Exercice 4.2: **a)** Non **b)** $Q\left(\frac{\lambda-1}{2};-2\lambda+14;\lambda\right)$

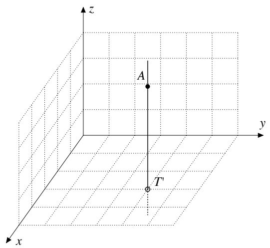
Exercice 4.3: **a)** horizontale (parallèle au plan Oxy) **b)** de profil (parallèle au plan Oxz)
c) frontale (parallèle au plan Oyz) **d)** horizontale (parallèle au plan Oxy)

Exercice 4.4: **a)** $k = -2$, $n = 3$ et $I(3 ; 1 ; -1)$ **b)** $I(-5 ; 4 ; 1)$
c) ces droites ne se coupent pas

Exercice 4.5: **a)** $T'(2 ; 2 ; 0)$ $T''(0 ; 6 ; 4)$ $T'''(3 ; 0 ; -2)$
b) $T'(3 ; 6 ; 0)$ Pas de T'' $T'''(3 ; 0 ; 4)$
c) $T'(3 ; 4 ; 0)$ Pas de T'' Pas de T'''







Exercice 4.6: **a)** $T'(3 ; 4 ; 0)$ $T''(0 ; 6 ; -1)$ $T'''(9 ; 0 ; 2)$

Exercice 4.7: **a)** $\frac{x-4}{-3}=\frac{y}{6}=\frac{z-8}{-5}$ **b)** $\frac{x-3}{2}=\frac{y-5}{-2}=z-1$

c) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}+k\cdot\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ donc par exple $\frac{x+1}{2}=y-6=\frac{z-3}{-2}$

d) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}+k\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}$ donc par exple $x=\frac{y-6}{-4}=\frac{z-8}{-5}$

Exercice 4.8: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}+k\cdot\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$

Exercice 4.9: pas de corrigé

Exercice 4.10: **a)** sécantes en (5 ; 2 ; -3) **b)** strictement parallèles
c) gauches **d)** confondues

Exercice 4.11: strictement parallèles si $m = 3$, sécantes si $m = -5/3$, gauche sinon.

Exercice 4.12: **a)** $3k - n = 1$
b) il s'agit de la droite d'équation: $\begin{cases} x = 3/2-2k \\ y = 3/2-2k \\ z = 3k \end{cases}$

Exercice 4.13: **a)** $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}+k\cdot\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix}+n\cdot\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}+k\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}+n\cdot\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$. *Aviez-vous vu que* $\vec{v}$ et $\vec{w}$ colin ?

Exercice 4.14: **a)** oui **b)** non **c)** oui

Exercice 4.15: pas de corrigé

Exercice 4.16: **a)** $\overrightarrow{AM}$ est une combinaison linéaire de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
b) donc $\det(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = 0$ donc $(\alpha) : 6x - 3y + 9z = 6$

Exercice 4.17: **a)** $12x + 3y + z - 36 = 0$ **b)** $x + 2y + z - 13 = 0$

Exercice 4.18: $\frac{1}{a}x+\frac{1}{b}y+\frac{1}{c}z-1=0$

Exercice 4.19: $(\alpha) : 5x + 4y + 7z - 35 = 0$

Exercice 4.20: $(\alpha): x + 2y - 3 = 0$ et $(\beta): 12x + 3y - 7z = 8$

Exercice 4.21: **a)** $(\alpha) : 3x - 5y - 4z - 19 = 0$ **b)** $(\alpha) : x - 2y - 3z - 4 = 0$

Exercice 4.22: **a)** $\vec{n}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 17 \end{pmatrix}$ **b)** $\vec{n}=\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 4.23: **a)** $y - 6 = 0$ **b)** $2x - y - 2z + 54 = 0$ **c)** $2x - 3y - 3z = 0$

Exercice 4.24: On constatera que les 2 plans sont respectivement :
$$2x + 3z - 5 = 0 \quad \text{et} \quad 2x + 3z - 3 = 0$$

Exercice 4.25: **a)** $2x - 5y + z = 0$ **b)** $2x - 5y + z - 13 = 0$

Exercice 4.26: **a)** sécants **b)** strictement parallèles **c)** confondus
d) strictement parallèles **e)** sécants **f)** confondus

Exercice 4.27: **a)** strictement parallèles. *Que pouvez-vous affirmer au sujet de* $\vec{v}_d \bullet \vec{n}$?
b) coupe en $I(3 ; 1 ; 3)$ **c)** incluse **d)** coupe en $I(2 ; 14 ; 7)$

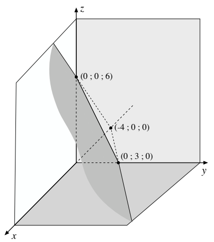
Exercice 4.28: **a)** (-15/13 ; 34/13 ; -45/13) *pour info : (ABC) : $x + 2y - 2z - 11 = 0$*

Exercice 4.29: $d \cap \alpha = \varnothing \Leftrightarrow m = -3$

Exercice 4.30: **a)** (1 ; 1 ; 2) **b)** (13/5 ; 7/2 ; 6/5)

Exercice 4.31: **a)** Les traces sont :

- dans **le plan** Oxy : $\begin{cases} 3x - 4y + 12 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$
- dans **le plan** Oxz : $\begin{cases} 3x - 2z + 12 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$
- dans **le plan** Oyz : $\begin{cases} 2y + z - 6 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$



b) (-4 ; 0 ; 0) ; (0 ; 3 ; 0) et (0 ; 0 ; 6)

Exercice 4.32: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 4.33: **a)** $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 11 \end{pmatrix}$ **b)** $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 4.34: $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$

Exercice 4.35: **a)** $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + m \\ z = 2 - m \end{cases}$ **b)** $A(0 ; 3/2 ; -1/2)$ et $B(0 ; 1 ; 0)$

Exercice 4.36: $A(0 ; 2 ; -1)$; $D(-3 ; -1 ; 8)$; $E(5 ; 4 ; 4)$
$F(9 ; 5 ; 2)$; $G(6 ; 2 ; 11)$; $H(2 ; 1 ; 13)$

Exercice 4.37: **b)** par les propriétés du produit scalaire :

$$\vec{u} \bullet (a\vec{v} + b\vec{w}) = \vec{u} \bullet a\vec{v} + \vec{u} \bullet b\vec{w} = a \cdot (\vec{u} \bullet \vec{v}) + b \cdot (\vec{u} \bullet \vec{w}) = a \cdot (0) + b \cdot (0) = 0$$

Exercice 4.38: par exemple $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ plan : $2x - y + 3z = 0$

Exercice 4.39: **a)** $A \in \alpha \cap$ axe Ox **b)** $B(0 ; -d/b ; 0)$ et $C(0 ; 0 ; -d/c)$
c) $\vec{n}$ est normal au plan formé par les points A, B et C

Exercice 4.40: $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-3}{-2} = z - 5$

Exercice 4.41: **a)** et **b)** $\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

Exercice 4.42: (α) : $-2x - 3y + 3z - 2 = 0$

Exercice 4.43: (α) : $x - z = 0$

Exercice 4.44: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} + m \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

Exercice 4.45: **a)** $Q(1 ; 2 ; 4)$ **b)** $\delta(P,d) = 7$ **c)** $P'(-1 ; -1 ; -2)$

Exercice 4.46: pas de corrigé

Exercice 4.47: **a)** $A(2 ; -3 ; 2)$, $B(3 ; -1 ; 4)$, $\delta = 3$ **b)** $A(1 ; 0 ; 2)$, $B(3/2 ; 0 ; 3/2)$, $\delta = \sqrt{2}/2$

Exercice 4.48: pas de corrigé

Exercice 4.49: pas de corrigé, *on retrouve ces 2 formules de calcul d'angle en page … de votre formulaire.*

Exercice 4.50: $Q(5 ; 5 ; 5)$

Exercice 4.51: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Exercice 4.52: $M(-1 ; 2 ; -1)$ *(pour info: $P'(2 ; -1 ; 3)$ et $Q'(-11 ; -4 ; -1)$)*

Exercice 4.53: pas de corrigé

Exercice 4.54: (α) : $9x + 2y - 6z - 66 = 0$ et (α') : $9x + 2y - 6z + 66 = 0$

Exercice 4.55: **a)** 1,8856 **b)** Aire $\Delta = \dfrac{\|\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}\|}{2}$ *(cf. formulaire page …)*
c) 28 **d)** Volume $= \dfrac{1}{6}\left|\det(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{AD})\right|$ *(cf. formulaire page …)*

Exercice 4.56: Exercice bonus

Exercice 4.57: 52,66°

Exercice 4.58: 36,59°

Exercice 4.59: **a)** 11 **b)** 154/3 **c)** 88,74° **d)** 65,13°

Exercice 4.60: **a)** $A(9/2\ ;\ 13/2\ ;\ 15/2)$ *Indication : utiliser le plan perpendiculaire à BC passant par M milieu de BC. Que peut-on affirmer au sujet de tous les pts contenus dans ce plan ?*

Exercice 4.61: $M(-11/9\ ;\ 85/27\ ;\ -41/27)$

Exercice 4.62: **a)** $x - 3y + 4z + 2 = 0$ et $3x + y = 0$

b) $4x + 5y + 2z + 31 = 0$ et $5x - 2y - 5z + 44 = 0$

Exercice 4.63: (1 ; 2 ; 4) et (-11 ; 0 ; -1)

Exercice 4.64: $P(2\ ;\ 3\ ;\ -1)$, $(b_1): \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $(b_2): \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

Exercice 4.65: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 4.66: **a)** $x^2 + y^2 + z^2 - 14 = 0$ **b)** $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z - 24 = 0$
c) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 2z - 42 = 0$

Exercice 4.67: **a)** Oui, $C(-3\ ;\ 5\ ;\ 2)$ et $r = 4$ **b)** Non
c) Oui, $C(1/2\ ;\ -2\ ;\ -1/2)$ et $r = 4\sqrt{3}$

Exercice 4.68: $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 45$

Exercice 4.69: $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 49/2$

Exercice 4.70: Oui

Exercice 4.71: **a)** δ(centre ; plan) < rayon **b)** $C(-1\ ;\ 2\ ;\ 3)$ et $r = 8$

Exercice 4.72: **b)** $10x - 11y + 2z - 34 = 0$

Exercice 4.73: Un corrigé sera vu à votre demande

Exercice 4.74: $(\alpha') : 12x + 4y + 3z - 209 = 0$ $(\alpha'') : 12x + 4y + 3z + 129 = 0$

Exercice 4.75: **a)** $\|\overrightarrow{C_1C_2}\| = r_1 - r_2$ **b)** $2x + 6y - 3z - 63 = 0$

Exercice 4.76: Il s'agit du cercle de centre $C(3\ ;\ 1\ ;\ 2)$ et de rayon $r = \sqrt{61}$ situé dans le plan perpendiculaire à la droite reliant les centres des sphères et passant par le point C.

Exercice 4.77: $I_1(1\ ;\ 2\ ;\ -2)$ et $I_2(3\ ;\ 0\ ;\ -1)$

Exercice 4.78: **c)** $\begin{cases} x = -2k \\ y = 2k \\ z = 3k \end{cases}$