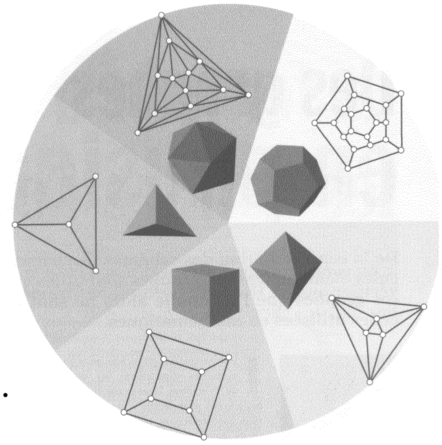
Il n'existe que cinq polyèdres réguliers convexes



Un polyèdre est dit régulier si toutes ses faces sont des polygones réguliers identiques et dont le nombre d'arêtes partant de chaque sommet est constant.

Nous utiliserons la **formule d'Euler** pour démontrer ce résultat.

1) Traduire la phrase *toutes les faces ont le même nombre d'arêtes n* en une relation:

2) Traduire la phrase *de chaque sommet part le même nombre d'arêtes p* en une relation:

3) Exprimons alors le formule d'Euler $\boxed{s - a + f = 2}$ en fonction de a

………………………………………| $\cdot\, np$

……………………………………| mise en évidence

……………………………………* | le contenu de la parenthèse est > 0

4) Montrer que la relation $2n - np + 2p > 0$ est équivalente à $(n-2)(p-2) < 4$

5) $n \geq 3$ car ………………………………………………………

$p \geq 3$ car ………………………………………………………

6) Effectuer la liste de tous les cas possibles pour n et p vérifiant l'inéquation **4)**

- si $n = 3$ et $p = 5$, on remplace dans * et on obtient $a = 30$, puis $f = 20$ et $s = 12$
- si $n =$ … et $p =$ …, on remplace dans * et on obtient $a =$ …, puis $f =$ … et $s =$ …
- si $n =$ … et $p =$ …, on remplace dans * et on obtient $a =$ …, puis $f =$ … et $s =$ …
- si $n =$ … et $p =$ …, on remplace dans * et on obtient $a =$ …, puis $f =$ … et $s =$ …
- si $n =$ … et $p =$ …, on remplace dans * et on obtient $a =$ …, puis $f =$ … et $s =$ …